



زمان ۴۵ دقیقه

درس ریاضی ۳

دبیر آکادمی فدوی

مبحث مشتق جامع

شماره آزمون ۲

نام و نام خانوادگی

۱

چند تا از عبارت‌های زیر درست هستند؟

(الف) آهنگ تغییر متوسط تابعی مانند f در بازه $[0, 1]$ همیشه کمتر از شیب آن منحنی در نقاط آن بازه است.

(ب) اگر تابعی صعودی باشد، آهنگ تغییر متوسط آن، همواره صعودی است.

(پ) تابعی وجود ندارد که برای آن هم $f'(a) = 0$ و هم $f(a) = 0$

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۲

اگر شیب خط مماس بر تابع f در نقطه‌ای به طول ۱ واقع بر آن برابر با ۴ باشد، حاصل حد

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-h) - f(1+h)}{h^2 - 2h}$$
 کدام است؟

(۱) -۲

(۲) ۲

(۳) -۴

(۴) ۴

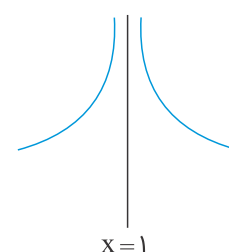
۳

اگر $f(x) = x\sqrt{x}$ باشد، آنگاه مشتق تابع $f(x^2 f(x))$ در $x = 1$ کدام است؟(۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{21}{2}$ (۴) $\frac{21}{4}$

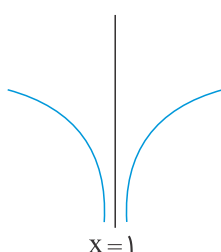
۴

نمودار مشتق تابع $y = \sqrt[3]{x-1}$ اطراف $x = 1$ کدام است؟

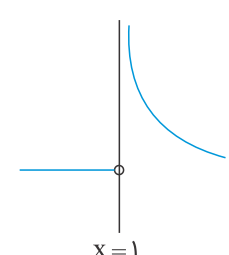
(۱)



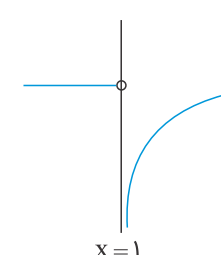
(۲)



(۳)

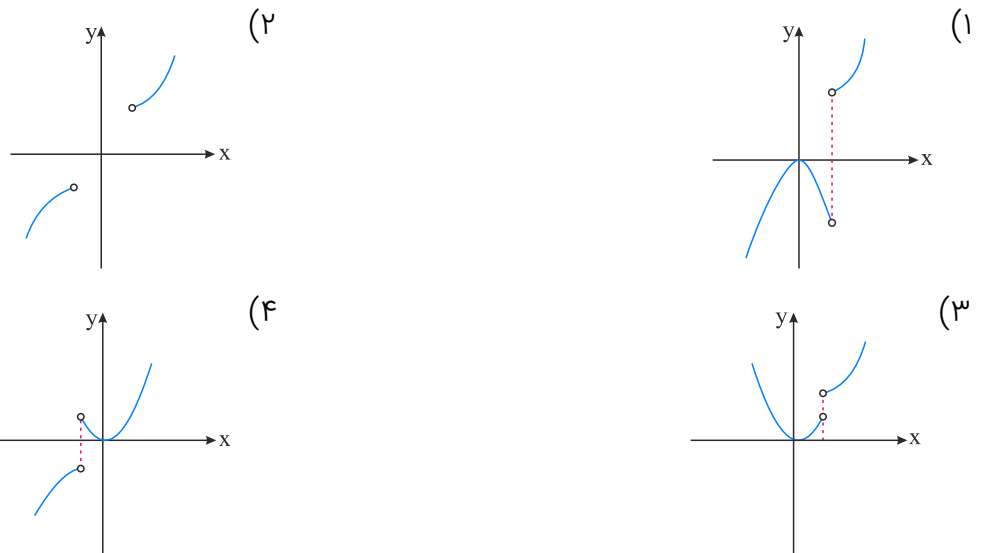


(۴)



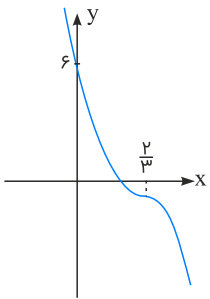
نمودار مشتق تابع $y = |x^3 - 1|$ به کدام صورت است؟

۵



اگر نمودار تابع $f(x) = (a - bx)^3 - a$ به شکل زیر باشد، آنگاه $a + b$ کدام است؟

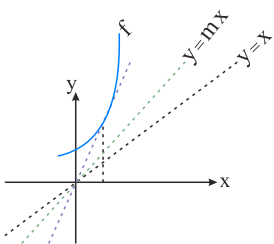
۶



- (۱) $\frac{11}{3}$
- (۲) $\frac{14}{3}$
- (۳) ۵
- (۴) $\frac{9}{2}$

اگر $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h} = 6$ باشد، حدود m کدام است؟

۷



- (۱) $1 < m < 2$
- (۲) $1 < m < 3$
- (۳) $\frac{1}{2} < m < 3$
- (۴) $\frac{1}{2} < m < 2$

اگر $f(x) = g(\sqrt[3]{x})$ و $g'(x) = \frac{x^2 + 4}{x}$ مقدار $f'(8)$ کدام است؟

۸

- (۱) $\frac{1}{12}$
- (۲) ۴
- (۳) ۱
- (۴) $\frac{1}{3}$

کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = \begin{cases} |x| & ; x \leq 0 \\ \sqrt{x} & ; x \geq 0 \end{cases}$ درست است؟

(۱) روی $\mathbb{R}$ مشتق پذیر است. (۲) در فاصله $[0, +\infty)$ مشتق پذیر است.

(۳) در $x = 0$ ناپیوسته و مشتق ناپذیر است. (۴) در $x = 0$ نقطه گوشه‌ای است.

۱۰

برای تابع پیوسته f می‌دانیم $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1} = -\frac{1}{2}$ است. در این صورت $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-2h)}{h}$ کدام است؟

(۱) ۲ (۲) -۲

(۳) ۱ (۴) -۱

۱۱

اگر $f(x) = x\sqrt{\frac{2x+1}{x-3}}$ باشد، مقدار $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{6}$ (۲) $-\frac{5}{6}$

(۳) $\frac{10}{3}$ (۴) $-\frac{10}{3}$

۱۲

اگر $f(x) = \log(\sqrt{x^2 + 2} - x)$ و $g(x) = \log(\sqrt{x^2 + 2} + x)$ باشند، آنگاه حاصل $\frac{f'(2)}{g'(2)}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱

(۳) $\log 2$ (۴) $-\log 2$

۱۳

در تابع $f(x) = x^2 - 2x - 2$ ، اگر $f'(a) + f'(b) = 0$ باشد، a و b کدام یک از اعداد زیر می‌توانند باشند؟

(۱) ۱ و -۱ (۲) ۰ و ۴

(۳) $\frac{1}{2}$ و $\frac{5}{2}$ (۴) $1 - \sqrt{2}$ و $\sqrt{2}$

۱۴

در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ ، اختلاف آهنگ متوسط تغییر تابع از نقطه $x = 1$ تا $x = 9$ و آهنگ لحظه‌ای تغییر در نقطه $x = 4$ چقدر است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱ (۴) صفر

۱۵

آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = x^3 - x$ در بازه $[1, 4]$ با آهنگ لحظه‌ای آن در چه نقطه‌ای از این بازه برابر است؟

(۲) $x = \sqrt{6}$

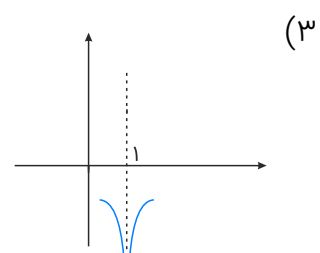
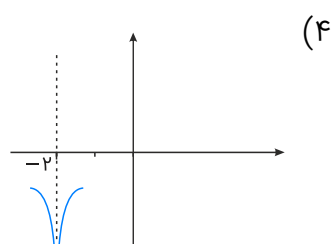
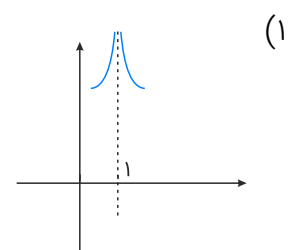
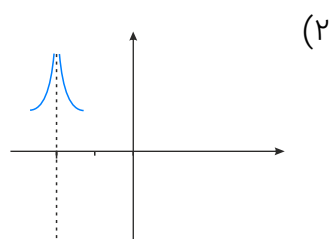
(۱) $x = \frac{5}{2}$

(۴) $x = \sqrt{7}$

(۳) $x = 3$

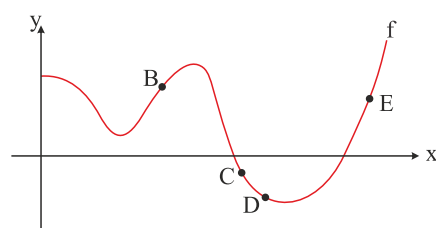
۱۶

نمودار مشتق $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x} + 2$ در حوالی مماس قائم $f(x)$ کدام است؟



۱۷

مشتق تابع f در کدام یک از نقاط زیر کمتر است؟



(۱) E

(۲) B

(۳) C

(۴) D

۱۸

یک توده باکتری پس از t ثانیه دارای جرم $m(t) = \sqrt{2t-1} + 3t$ است. آهنگ متوسط رشد جرم توده باکتری در بازه زمانی $1 \leq t \leq 5$ با آهنگ رشد جرم آن در کدام لحظه برابر است؟

(۲) $t = 2/25$

(۱) $t = 2$

(۴) $t = 2/75$

(۳) $t = 2/5$

۱۹

مقدار مشتق دوم تابع $y = \frac{x^2 - 4x + 4}{\sqrt{ax^2 + 1}}$ در $x = 2$ برابر با یک می‌باشد. مقدار a کدام است؟

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{4}$

(۴) ۱

(۳) $\frac{3}{4}$

۲۰ اگر خط d در نقطه $x = a$ بر تابع $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ مماس و عرض از مبدأ آن -11 باشد، مقدار a کدام می‌تواند باشد؟

(۱) ۱

(۲) -2

(۳) ۳

(۴) $-\frac{1}{2}$

۲۱ اگر $f(x) = \frac{x^3 + x^2}{x - 1}$ و $g(x) = \sqrt{2x + 1}$ باشد، مقدار عبارت $\frac{(f \circ g)'}{f' \circ g}$ به ازای $x = 4$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۴) $\frac{1}{8}$

۲۲ اگر $f(x) = 3x^2 - 2x - 1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{(x - 1)f'(x)}$ کدام است؟

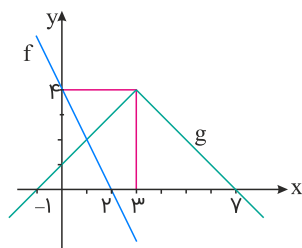
(۱) صفر

(۲) -1

(۳) ۱

(۴) ۳

۲۳ باتوجه به نمودار توابع f و g مشتق تابع $f \circ g$ در $x = 2$ کدام است؟



(۱) ۲

(۲) -2

(۳) ۳

(۴) -3

۲۴ اگر $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + mx - m}$ باشد، آنگاه به ازای چه مقادیری از m ، تابع f در $\mathbb{R}$ مشتق‌پذیر است؟

(۱) $m \in (-4, 0)$

(۲) $m \in [-4, 0]$

(۳) $m \in (-5, -3)$

(۴) $m \in (-\infty, -4)$

۲۵ خط مماس بر تابع $f(x) = \frac{1 + x^2}{x - 1}$ در $x = 2$ روی منحنی، نیمساز ربع اول و سوم را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

(۱) $3/5$

(۲) $-3/5$

(۳) $1/5$

(۴) $-1/5$

۲۶ در تابع $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 3x + 1$ ، عرض نقطه‌ای که کمترین مقدار شیب را دارد، کدام است؟

(۱) ۱۵

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) -۹

۲۷ اگر در سه‌جمله‌ای درجه دوم $f(x) = -x^2 + px + q$ حاصل‌جمع شیب خطوط مماس بر تابع در دو نقطه به طول‌های $x = 5$ و $x = -1$ صفر باشد، خط مماس در $x = 2$ موازی کدام‌یک از خطوط زیر است؟

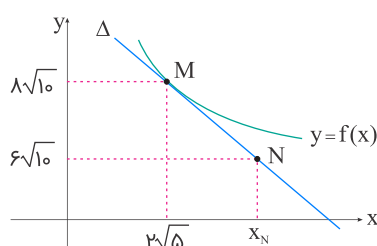
(۱) $y = 2x + 1$

(۲) $x = 2$

(۳) $y = 6$

(۴) $y = x$

۲۸ در شکل زیر، خط Δ در نقطه M بر نمودار تابع f مماس است. اگر $f'(2\sqrt{5}) = -\sqrt{2}$ باشد، طول نقطه N کدام است؟



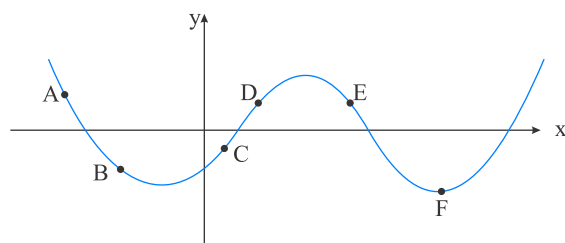
(۱) $10\sqrt{2}$

(۲) $5\sqrt{2}$

(۳) $4\sqrt{5} + 1$

(۴) $4\sqrt{5}$

۲۹ شکل زیر مربوط به نمودار تابع $y = f(x)$ است. در چند نقطه از نقاط تعیین‌شده روی نمودار، رابطه $ff' < 0$ برقرار است؟



(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۳۰ در تابع f برای هر x حقیقی رابطه $2f(2x-1) = f(x) + 5x^2 - 4x$ برقرار می‌باشد. مقدار مشتق تابع $f \circ f(x)$ در $x = 1$ کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۹